

Einführung in die Bruchrechnung

1. Der Bruchbegriff



Die Tafel unter
drei Kindern
aufteilen!

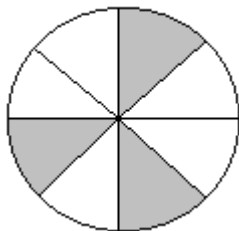


→ Die Schokoladentafel wird **zerbrochen** → Jedes Kind erhält einen "**Bruchteil**".

→ Wenn die Tafel aus **15** Stücken Schokolade bestand, erhält jedes Kind **5** Stücke.

→ Jedes Kind erhält also **5 von 15 Stücken** Schokolade!

Allgemein:



8 gleiche (Kreis)-
Teile
(ein ganzer Kreis)



3 Teile von 8 Teilen hervorgehoben



3 von 8



$\frac{3}{8}$



$\frac{3}{8}$



Teile vom Ganzen



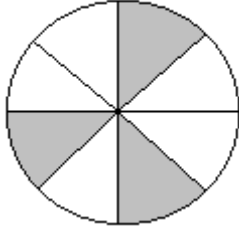
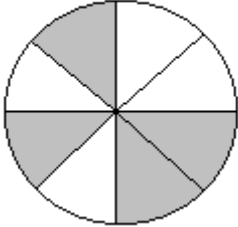
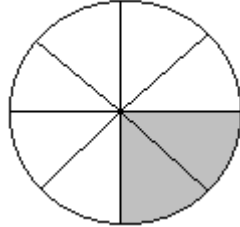
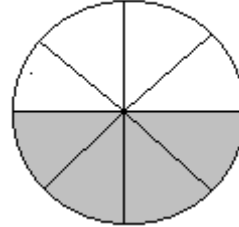
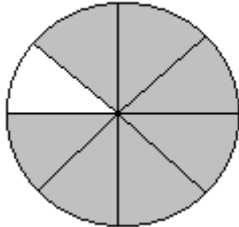
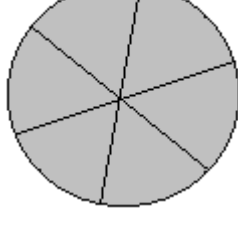
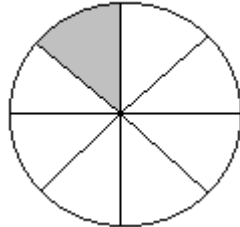
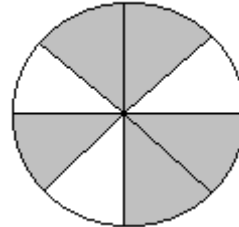
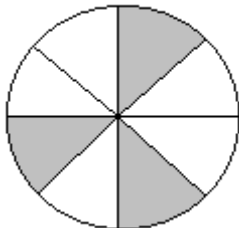
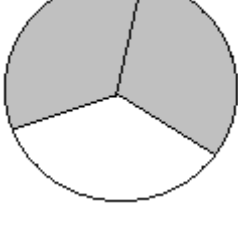
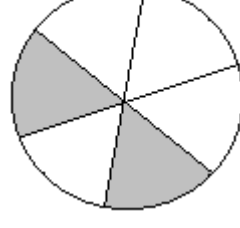
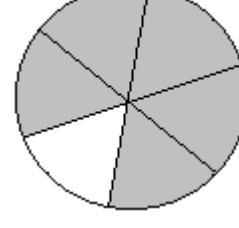
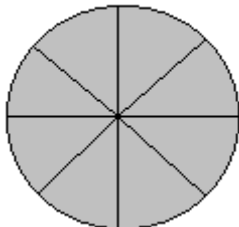
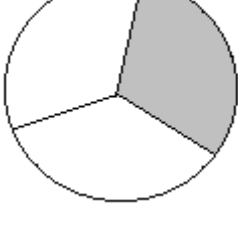
Das Ganze

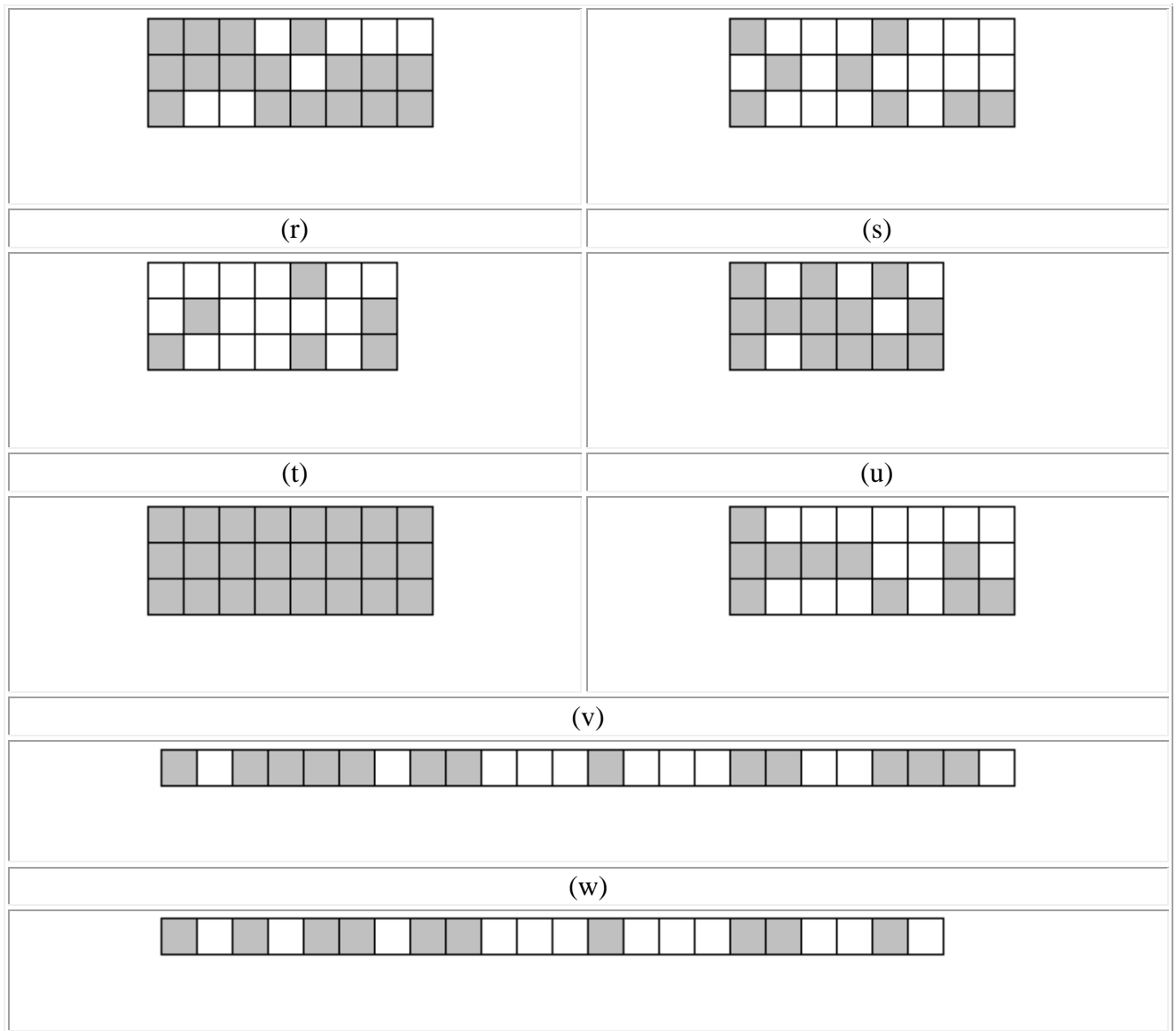
Bruchbegriff: Ein Bruch ist ein Teil vom Ganzen.

Übungsaufgaben zum Bruchbegriff

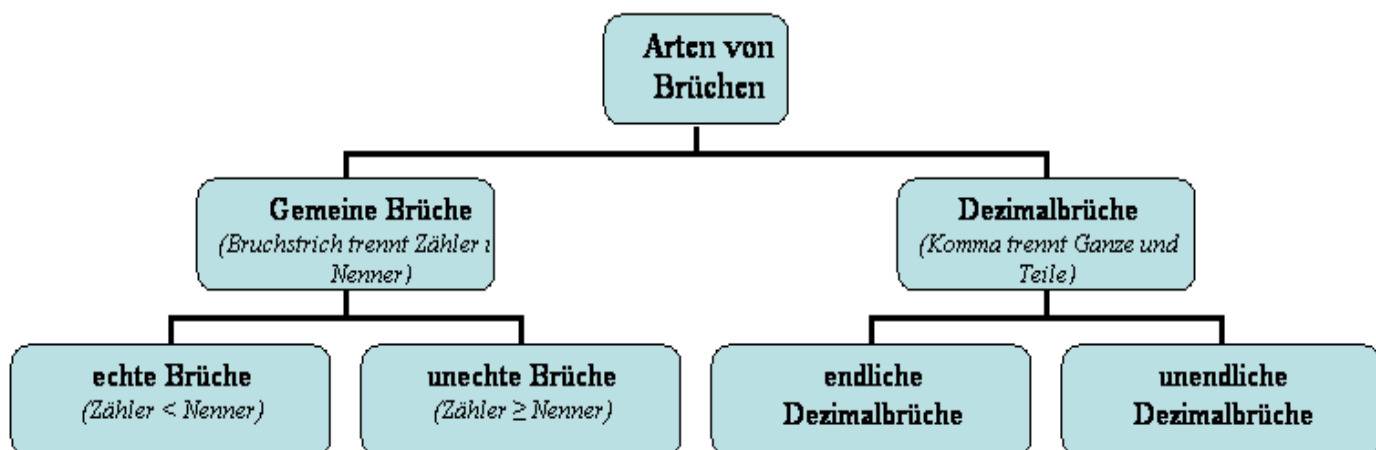
Welcher Bruch wird jeweils dargestellt?

Hinweis: Die grauen Felder sind ausgezeichnet!

(a)	(b)	(c)	(d)
			
(e)	(f)	(g)	(h)
			
(i)	(j)	(k)	(l)
			
(m)	(n)		
			
(p)	(q)		



2. Arten von Brüchen



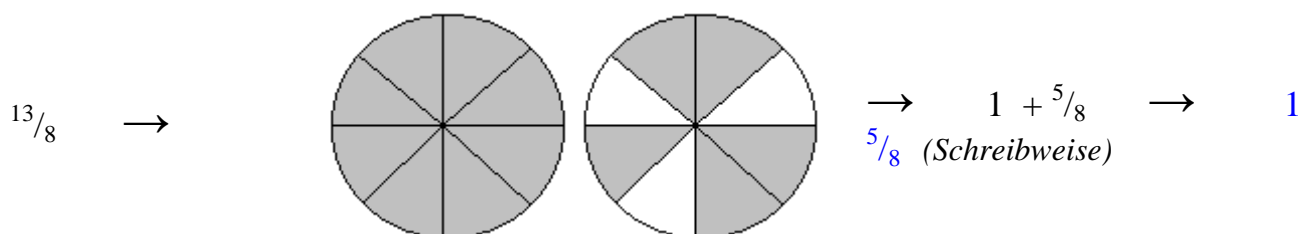
Gemischte Zahlen und unechte Brüche

Begriffe:

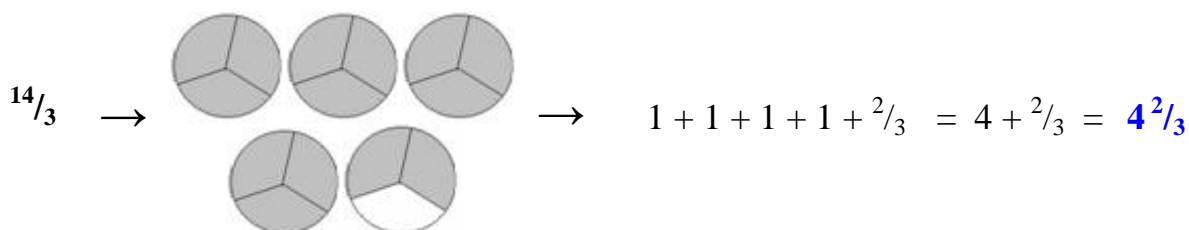
unechter Bruch: Bruch, bei dem gilt: **Zähler \geq Nenner** \rightarrow z. B.: $\frac{9}{4}$ oder $\frac{8}{8}$

gemischte Zahl: ein Ausdruck aus einer ganzen Zahl und einem echten Bruch \rightarrow z. B.: $3\frac{1}{2}$
 $= 3 + \frac{1}{2}$

a) *Schreibe einen unechten Bruch als gemischte Zahl!*



Zusammenfassung: $\frac{13}{8} = 1\frac{5}{8}$



Zusammenfassung: $\frac{14}{3} = 4\frac{2}{3}$

Kürzer:

$\frac{28}{5} \rightarrow$ Wie oft passt die 5 ganzzahlig in 28? $\rightarrow 5 + \frac{3}{5} \rightarrow 5\frac{3}{5}$

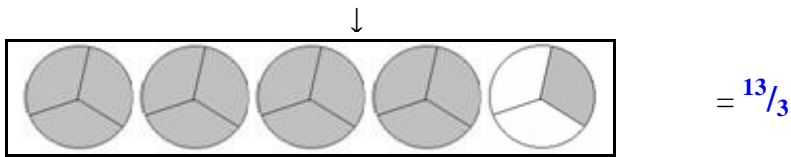
Zusammenfassung: $\frac{28}{5} = 5\frac{3}{5}$

$\frac{45}{4} = 11 + \frac{1}{4} = 11\frac{1}{4}$

Zusammenfassung: $\frac{45}{4} = 11\frac{1}{4}$

b) **Schreibe eine gemischte Zahl als unechten Bruch!**

$$4\frac{1}{3} = 1 + 1 + 1 + 1 + \frac{1}{3} = \frac{3}{3} + \frac{3}{3} + \frac{3}{3} + \frac{3}{3} + \frac{1}{3}$$



Kürzer:

$$4\frac{1}{3} = \frac{4 \cdot 3 + 1}{3} = \frac{13}{3}$$

Einfache Übungsaufgaben:

Arten von Brüchen

1. Ordne folgende Brüche in **echte** und **unechte**!

$$\frac{5}{9}, \frac{27}{18}, \frac{17}{8}, \frac{13}{20}, \frac{7}{7}, \frac{1}{9}, \frac{7}{5}, \frac{5}{8}, \frac{12}{9}, \frac{8}{11}, \frac{18}{18}, \frac{100}{25}, \frac{26}{1000}$$

2. Verwandle folgende Brüche in **ganze** oder **gemischte** Zahlen!

$$\frac{7}{5}, \frac{8}{4}, \frac{15}{9}, \frac{12}{6}, \frac{23}{4}, \frac{23}{9}, \frac{18}{3}, \frac{16}{5}, \frac{0}{13}, \frac{19}{2}, \frac{18}{5}, \frac{78}{7}, \frac{15}{0}, \frac{96}{12}$$

3. Verwandle folgende gemischte Zahlen in unechte Brüche!

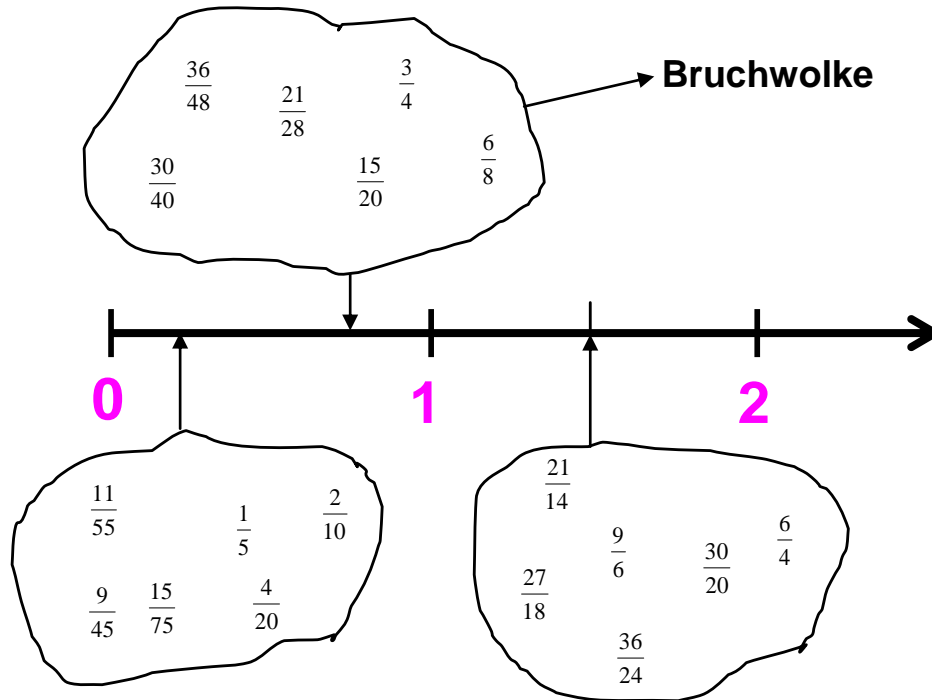
$$2\frac{1}{2}, 3\frac{3}{4}, 1\frac{5}{6}, 4\frac{8}{9}, 5\frac{2}{5}, 9\frac{5}{8}, 7\frac{2}{3}, 6\frac{11}{12}, 7\frac{13}{15}, 11\frac{4}{5}$$

[Lösungen](#)

3. Rechnen mit Brüchen

3.1 Vergleichen, Addieren und Subtrahieren von Brüchen

3.1.1 Darstellung von Brüchen auf dem Zahlenstrahl



Merke:

- Alle Brüche ein- und derselben Bruchwolke stellen *denselben Bruch* dar und gehen durch *Kürzen* und *Erweitern* auseinander hervor.
- Alle Brüche, die denselben Nenner besitzen heißen *gleichnamig*.
($\frac{3}{4}$ und $\frac{6}{4}$ sowie $\frac{4}{20}$ und $\frac{15}{20}$ und $\frac{30}{20}$)

3.1.2 Erweitern von Brüchen

Merke: Man *erweitert* einen Bruch, indem man Zähler **und** Nenner mit derselben (von Null verschiedenen) Zahl *multipliziert*.

Aufgaben:

Erweitern Sie den Bruch $\frac{4}{5}$ mit 3!

Lösung:

$$\frac{4}{5} = \frac{4 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{12}{15}$$

Erweitern Sie den Bruch $\frac{12}{7}$ mit 6!

Lösung:

$$\frac{12}{7} = \frac{12 \cdot 6}{7 \cdot 6} = \frac{72}{42}$$

Übungsaufgabe:

Erweitern Sie folgende Brüche nacheinander mit 5; 7 und 10 (im Kopf)!

$$\frac{3}{5}, \frac{5}{6}, \frac{4}{7}, \frac{7}{8}, \frac{9}{10}, \frac{5}{11} \text{ und } \frac{0}{5}$$

3.1.3 größter gemeinsamer Teiler (g. g. T.)

Merke:

- Eine natürliche (von Null verschiedene) Zahl, die eine andere natürliche Zahl ganzzahlig teilt, heißt **Teiler** dieser natürlichen Zahl.
- Jede natürliche Zahl hat stets sich selbst und die Zahl 1 als Teiler.

Aufgaben:

Ermitteln Sie den größten gemeinsamen Teiler (g. g. T.) der Zahlen 12 und 18!

12	1	2	3	4	6	12
18	1	2	3	6	9	18

→ $ggT = 3$

Ermitteln Sie den größten gemeinsamen Teiler (g. g. T.) der Zahlen 24 und 48!

24	1	2	3	4	6	8	12		24	
48	1	2	3	4	6	8	12	16	24	48

→ $ggT = 24$

Ermitteln Sie den größten gemeinsamen Teiler (g. g. T.) der Zahlen 8, 16, 24 und 36!

8	1	2		4		8						
16	1	2		4		8			16			
24	1	2	3	4	6	8		12			24	
36	1	2	3	4	6		9	12		18		36

→ $ggT = 4$

Übungsaufgaben:

Bestimmen Sie von den folgenden Zahlen jeweils das g. g. T.!

a) 8 und 10	d) 24 und 40
b) 5 und 25	e) 12, 20 und 32
c) 30 und 45	f) 40, 48 und 72

Lösungen:

- | | |
|---------------|--------------|
| a) $ggT = 2$ | d) $ggT = 8$ |
| b) $ggT = 5$ | e) $ggT = 4$ |
| c) $ggT = 15$ | f) $ggT = 8$ |

3.1.4 Zehnerbrüche

Merke: Zehnerbrüche sind Brüche mit dem Nenner 10 oder 100 oder 1000 oder 10000 oder ...

Beispiele: $\frac{4}{10}$ $\frac{27}{1000}$ $\frac{308}{10000}$ $\frac{15}{100}$ $\frac{23}{10}$

Aufgaben: Schreiben Sie als Zehnerbruch! Beachten Sie dabei die Stellenwerte!

- a) 0,78 = $\frac{78}{100}$
- b) 0,9 = $\frac{9}{10}$
- c) 0,456 = $\frac{456}{1000}$
- d) 1,3 = $\frac{13}{10}$
- e) 0,07 = $\frac{7}{100}$
- f) 0,003 = $\frac{3}{1000}$

Übungsaufgaben:

1. Schreiben Sie folgende Dezimalbrüche als Zehnerbrüche! Beachten Sie dabei die Stellenwerte!

- a) 0,35 =
- b) 0,7 =
- c) 0,08 =
- d) 0,356 =
- e) 1,9 =
- f) 0,009 =
- g) 25,6 =

2. Schreiben Sie folgende (gemeinen) Brüche als Dezimalbrüche!

Verwenden Sie dazu gegebenenfalls den Taschenrechner!

- a) $\frac{1}{2}$ =
- b) $\frac{1}{4}$ =
- c) $\frac{1}{3}$ =
- d) $\frac{1}{5}$ =
- e) $\frac{5}{6}$ =
- f) $\frac{5}{8}$ =
- g) $\frac{28}{5}$ =

Lösungen:

- 1. a) $\frac{35}{100}$ b) $\frac{7}{10}$ c) $\frac{8}{100}$ d) $\frac{356}{1000}$
e) $\frac{19}{10}$ f) $\frac{9}{1000}$ g) $\frac{256}{10}$
- 2. a) 0,5 b) 0,25 c) 0,3333... d) 0,2
e) 0,8333... f) 0,625 g) 5,6

3.1.5 Kürzen von Brüchen

Merke: Man *kürzt* einen Bruch, indem man Zähler **und** Nenner durch dieselbe (von Null verschiedenen) Zahl (*Teiler*) *dividiert*.

Beispiel: Kürzen Sie den Bruch $\frac{16}{24}$ mit 2!

$$\frac{16}{24} = \frac{16 : 2}{24 : 2} = \frac{8}{12}$$

Aufgabe:

Kürzen Sie den Bruch $\frac{36}{48}$ vollständig!

$$\frac{36}{48} = \frac{18}{24} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

(mit 2) (mit 2) (mit 3)

oder kürzer (mit dem g.g.T.):

$$\frac{36}{48} = \frac{3}{4}$$

(mit 12)

Merke: Ein Bruch heißt *vollständig gekürzt*, wenn der größte gemeinsame Teiler (g.g.T.) von Zähler und Nenner nur noch 1 beträgt ($ggT = 1$).

Beispiel: Kürzen Sie den Bruch $\frac{12}{18}$ vollständig! Bestimmen Sie dazu den g.g.T.!

12	1	2	3	4	6		12	
18	1	2	3		6	9		18

→ $ggT = 6$

$$\frac{12}{18} = \frac{12 : 6}{18 : 6} = \frac{2}{3}$$

Übung:

Kürzen Sie folgende Brüche vollständig!

$\frac{30}{45}$; $\frac{75}{30}$; $\frac{105}{45}$; $\frac{27}{36}$; $\frac{18}{48}$; $\frac{18}{36}$; $\frac{180}{150}$; $\frac{180}{324}$

Lösungen:

$\frac{30}{45} = \frac{2}{3}$; $\frac{75}{30} = \frac{5}{2}$; $\frac{105}{45} = \frac{7}{3}$; $\frac{27}{36} = \frac{3}{4}$; $\frac{18}{48} = \frac{3}{8}$; $\frac{18}{36} = \frac{1}{2}$; $\frac{180}{150} = \frac{6}{5}$; $\frac{180}{324} = \frac{5}{9}$

3.1.6 Gleichnamigmachen von Brüchen

Aufgabe:

Vergleichen Sie das folgende Paar von Brüchen miteinander: $\frac{4}{6}$ und $\frac{21}{28}$!

Merke: Um zwei Brüche miteinander vergleichen zu können, müssen diese *gleichnamig* gemacht werden, d. h. sie müssen denselben Nenner (*Hauptnenner*) besitzen.

Lösung:

Gleichnamigmachen der Brüche $\frac{4}{6}$ und $\frac{21}{28}$!

Vorgehen: Ermittlung des Hauptnenners (kleinstes gemeinsames Vielfaches der einzelnen Nenner)

Merke: Um zwei Brüche gleichnamig zu machen, ermittelt man jeweils gemeinsame Vielfache der Nenner. Das kleinste gemeinsame Vielfache (**k.g.V.**) dieser Nenner wird dann als gemeinsamer Nenner (**Hauptnenner**) verwendet.

1. Ermittlung des **k.g.V.** durch Vergleich der Vielfachen der beiden Zahlen:

6	6	12	18	24		30	36	42	48	54		60	66	72	78	84		14
28					28							56				84		3
k. g. V.																84		Ef

→ k.g.V. = 84 → Hauptnenner (HN) = 84

Bestimmung der Erweiterungsfaktoren:

$$\text{Erweiterungsfaktor}(Ef) = \frac{\text{Hauptnenner}(HN)}{\text{Nenner}}$$

$$\rightarrow Ef_1 = \frac{84}{28} = 3$$

$$\rightarrow Ef_2 = \frac{84}{6} = 14$$

2. Erweitern der beiden Brüche

$$\frac{4}{6} = \frac{4 \cdot 14}{6 \cdot 14} = \frac{56}{84}$$

$$\frac{21}{28} = \frac{21 \cdot 3}{28 \cdot 3} = \frac{63}{84}$$

Vergleich der beiden Brüche!

Merke: Man vergleicht zwei gleichnamige Brüche miteinander, indem man nur die Zähler vergleicht.

→ $\frac{56}{84} < \frac{63}{84}$, denn $56 < 63$

Andere Variante:

Aufgabe:

Vergleichen Sie das folgende Paar von Brüchen miteinander: $\frac{4}{20}$ und $\frac{9}{45}$!

Ermittlung des Hauptnenners durch Zerlegung der einzelnen Nenner in ein Produkt aus Primzahlteilern (**Primfaktoren**):

20	2	2			5			9
45			3	3	5			4
HN	2	2	3	3	5	=	180	Ef

$$\frac{4}{20} = \frac{4 \cdot 9}{20 \cdot 9} = \frac{36}{180}$$

$$\frac{9}{45} = \frac{9 \cdot 4}{45 \cdot 4} = \frac{36}{180}$$

→ $\frac{36}{180} = \frac{36}{180}$, denn $36 = 36$

3.1.7 Übung zur Ermittlung des Hauptnenners von Brüchen

Aufgabe 1: Bestimmen Sie den Hauptnenner der folgenden Brüche durch Primfaktorenzerlegung:
 $\frac{3}{4}$; $\frac{7}{8}$ und $\frac{1}{6}$
Ermitteln Sie zusätzlich die jeweiligen Erweiterungsfaktoren (Ef)!

Lösung:

4	2	2					6
8	2	2	2				3
6	2			3			4
HN	2	2	2	3	= 24		Ef

→ **HN = 24**

Aufgabe 2: Bestimmen Sie den Hauptnenner der folgenden Brüche durch Primfaktorenzerlegung:
 $\frac{4}{5}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{5}{8}$; $\frac{7}{10}$ und $\frac{1}{12}$!
Ermitteln Sie zusätzlich die jeweiligen Erweiterungsfaktoren (Ef)!

Lösung:

5					5		24
6	2			3			20
8	2	2	2				15
10	2				5		12
12	2	2		3			10
HN	2	2	2	3	5	= 120	Ef

→ **HN = 120**

Aufgabe 3: Bestimmen Sie den Hauptnenner der folgenden Brüche durch Primfaktorenzerlegung:
 $\frac{1}{12}$; $\frac{1}{6}$; $\frac{1}{16}$ und $\frac{1}{8}$!
Ermitteln Sie zusätzlich die jeweiligen Erweiterungsfaktoren (Ef)!

Lösung:

12	2	2			3		4
6	2				3		8
16	2	2	2	2			3
8	2	2	2				6
HN	2	2	2	2	3	= 48	Ef

→ **HN = 48**

3.1.8 Addition und Subtraktion von Brüchen

Aufgabe 1: Addieren Sie die Brüche $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{9}$ und $\frac{5}{6}$! Kürzen Sie das Ergebnis vollständig!

Merke: Man addiert Brüche, indem man sie gleichnamig macht, sie erweitert und dann nur die Zähler addiert. Der gemeinsame Nenner (Hauptnenner) wird beibehalten.

Lösung:

1. Hauptnenner ermitteln \rightarrow Erweiterungsfaktoren bestimmen (Ef = HN/N)

kleinstes gemeinsames Vielfache (k.g.V.):

2	2	4	6	8		10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	9
9					9					18						2
6			6				12			18			24			3
kgV										18						ef

$$\text{Ef} = \frac{\text{HN}}{N}$$

$$\rightarrow \text{k.g.V.} = \text{HN} = 18$$

2. Brüche mit den Erweiterungsfaktoren erweitern und addieren

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{9} + \frac{5}{6} = \frac{1 \cdot 9}{18} + \frac{2 \cdot 2}{18} + \frac{5 \cdot 3}{18} = \frac{9}{18} + \frac{4}{18} + \frac{15}{18} = \frac{28}{18}$$

3. Vollständig kürzen

$$\frac{28}{18} = \frac{14}{9} \text{ (Ergebnis)}$$

(mit 2)

Aufgabe 2: Subtrahieren Sie die Brüche $\frac{5}{6}$ und $\frac{6}{8}$ voneinander! Kürzen Sie das Ergebnis vollständig!

Primfaktorenzerlegung:

6	2			3		4
8	2	2	2			3
HN	2	2	2	3	= 24	ef

$$\rightarrow \text{HN} = 24$$

$$\frac{5}{6} - \frac{6}{8} = \frac{5 \cdot 4}{24} - \frac{6 \cdot 3}{24} = \frac{20}{24} - \frac{18}{24} = \frac{2}{24}$$

$$\frac{2}{24} = \frac{1}{12} \text{ (Ergebnis)}$$

(mit 2)

3.1.9 Übungsaufgaben zur Addition und Subtraktion von Brüchen

1. Addieren Sie folgende Brüche! Kürzen Sie die Ergebnisse vollständig!

- | | |
|------------------------|--|
| a) $1/3 + 1/3 =$ | i) $3/4 + 5/8 + 1/6 =$ |
| b) $2/5 + 1/5 =$ | k) $3/5 + 5/7 + 1/2 =$ |
| c) $3/8 + 5/8 =$ | l) $4/5 + 5/6 + 3/8 =$ |
| d) $3/4 + 2/4 + 1/4 =$ | m) $5/12 + 7/16 =$ |
| e) $1/4 + 1/2 =$ | n) $3/15 + 11/30 =$ |
| f) $2/3 + 3/4 =$ | o) $8/9 + 5/6 + 1/2 + 13/18 =$ |
| g) $2/3 + 4/5 =$ | p) $3/4 + 5/6 + 7/8 + 5/12 + 4/9 + 7/15 =$ |
| h) $3/4 + 1/2 + 1/4 =$ | q) $5/30 + 11/15 + 7/45 + 3/10 =$ |

2. Subtrahieren Sie folgende Brüche! Kürzen Sie die Ergebnisse vollständig!

- | | |
|------------------|---------------------------|
| a) $2/3 - 1/3 =$ | e) $4^{5/8} - 1^{1/8} =$ |
| b) $4/5 - 2/5 =$ | f) $4^{7/9} - 2^{5/6} =$ |
| c) $4/5 - 1/2 =$ | g) $12^{5/8} - 7^{3/5} =$ |
| d) $7/8 - 3/4 =$ | h) $8^{2/3} - 4^{5/7} =$ |

3. Von einem Stoffballen, der 62 m misst, werden nacheinander folgende Mengen verkauft: $3^{3/4}$ m, $7^{1/2}$ m, $2^{2/5}$ m, $1^{4/5}$ m, $6^{3/4}$ m, $10^{3/10}$ m und $12^{1/2}$ m.
Wie groß (in Metern) ist der Restbestand an Stoff?

4. Addieren Sie: $23 \text{ cm} + 1/4 \text{ m} + 14,5 \text{ cm} + 3/8 \text{ m} + 1,75 \text{ m} + 2^{1/4} \text{ m} + 11^{3/4} \text{ m}$!

3.2 Multiplizieren und Dividieren von Brüchen

3.2.1 Multiplikation von Brüchen

Merke: Man multipliziert zwei Brüche miteinander, indem man sowohl die beiden Zähler als auch die beiden Nenner miteinander multipliziert.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Es ist sinnvoll, die Brüche vor dem Multiplizieren zu kürzen, auch "über Kreuz".

Beispiele:

a)

$$\frac{9}{14} * \frac{28}{36} = \frac{9 * \cancel{28}}{\cancel{14} * 36} = \frac{1 * \cancel{2}}{1 * 4} = \frac{1 * 1}{1 * 2} = \frac{1}{2}$$

b)

$$\frac{12}{25} * \frac{15}{24} * \frac{5}{6} = \frac{\cancel{12} * \cancel{15} * 5}{\cancel{25} * \cancel{24} * 6} = \frac{1 * \cancel{3} * 5}{5 * \cancel{2} * 6} = \frac{1 * 1 * 1}{1 * 2 * 2} = \frac{1}{4}$$

Übungsaufgaben:

a) $\frac{3}{7} * \frac{4}{5} =$

b) $\frac{2}{3} * \frac{3}{4} =$

c) $\frac{4}{9} * \frac{5}{8} =$

d) $\frac{5}{6} * \frac{3}{7} =$

e) $\frac{2}{9} * \frac{3}{4} =$

f) $4 \frac{3}{5} * 3 \frac{3}{4} =$

g) $6 \frac{7}{10} * 3 \frac{3}{4} =$

3.2.2 Division von Brüchen

Merke: Man dividiert zwei Brüche durcheinander, indem man den ersten Bruch mit dem Kehrwert (Reziprokes) des zweiten Bruches multipliziert.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$

Die Brüche können nur bei der Multiplikation gekürzt werden!

Beispiele:

a)

$$\frac{3}{5} : \frac{9}{10} = \frac{3}{5} * \frac{10}{9} = \frac{\cancel{3} * 10}{5 * \cancel{9}} = \frac{1 * 2}{1 * 3} = \frac{2}{3}$$

b)

$$\frac{25}{48} : \frac{35}{36} = \frac{25}{48} * \frac{36}{35} = \frac{\cancel{25} * \cancel{36}}{48 * \cancel{35}} = \frac{5 * 3}{4 * 7} = \frac{15}{28}$$

Übungsaufgaben:

a) $\frac{1}{2} : \frac{2}{3} =$

b) $\frac{2}{3} : \frac{1}{2} =$

c) $\frac{3}{7} : \frac{6}{5} =$

d) $\frac{7}{8} : \frac{3}{4} =$

e) $\frac{4}{9} : \frac{2}{3} =$

f) $\frac{21}{32} : \frac{7}{8} =$

g) $3 : \frac{3}{4} =$

h) $20 \frac{1}{4} : 4 \frac{6}{12} =$

Lösungen

Lösungen:

Übungsaufgaben zur Multiplikation:

$$\text{a) } \frac{3}{7} * \frac{4}{5} = \frac{12}{35}$$

$$\text{b) } \frac{2}{3} * \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\text{c) } \frac{4}{9} * \frac{5}{8} = \frac{5}{18}$$

$$\text{d) } \frac{5}{6} * \frac{3}{7} = \frac{5}{14}$$

$$\text{e) } \frac{2}{9} * \frac{3}{4} = \frac{1}{6}$$

$$\text{f) } 4 \frac{3}{5} * 3 \frac{3}{4} = \frac{69}{4}$$

$$\text{g) } 6 \frac{7}{10} * 3 \frac{3}{4} = \frac{201}{8}$$

Übungsaufgaben zur Division:

$$\text{a) } \frac{1}{2} : \frac{2}{3} = \frac{3}{4}$$

$$\text{b) } \frac{2}{3} : \frac{1}{2} = \frac{4}{3}$$

$$\text{c) } \frac{3}{7} : \frac{6}{5} = \frac{5}{14}$$

$$\text{d) } \frac{7}{8} : \frac{3}{4} = \frac{7}{6}$$

$$\text{e) } \frac{4}{9} : \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\text{f) } \frac{21}{32} : \frac{7}{8} = \frac{3}{4}$$

$$\text{g) } 3 : \frac{3}{4} = 4$$

$$\text{h) } 20 \frac{1}{4} : 4 \frac{6}{12} = \frac{9}{2}$$